



UNIVERSITE DE CORSE-PASCAL PAOLI
ECOLE DOCTORALE ENVIRONNEMENT ET SOCIETE
UMR CNRS 6134 (SPE)



Thèse présentée pour l'obtention du grade de
DOCTEUR EN MATHÉMATIQUES
Soutenue publiquement par
Mathieu CIANFARANI
le 29 novembre 2012

**Régularité et description des spectres pour les représentations
de groupes topologiques**

Directeurs :

Mr Jean-Martin Paoli, Dr-HDR, Université de Corse
Mme Catherine Ducourtioux, Dr, Université de Corse

Rapporteurs :

Mr Jean Esterle , Professeur, Université de Bordeaux
Mr Gilles Godefroy, DR CNRS, Université de Paris VI

Jury

Mr Catalin Badea, Professeur, Université Lille I
Mme Catherine Ducourtioux, Dr, Université de Corse
Mr Jean Esterle , Professeur, Université de Bordeaux
Mr Gilles Godefroy, DR CNRS, Université de Paris VI
Mr Mostafa Mbektha, Professeur, Université Lille I
Mr Matthias Neufang, Professeur, Université Lille I
Mr Jean-Martin Paoli, Dr-HDR, Université de Corse
Mr Pierre Simonnet, Dr-HDR, Université de Corse

Résumé

Dans ce travail, on commence par donner des critères de continuité automatique pour des représentations de groupes topologiques dans des algèbres de Banach. Deux approches différentes sont présentées : l'une utilisant la décomposition de Glicksberg-De Leeuw s'applique aux groupes localement compacts, l'autre, basée sur un résultat d'équicontinuité de suites de fonctions de type positif, aux groupes polonais (non forcément localement compacts). Typiquement, on exprime la continuité d'une représentation par celle de ses composées par des formes linéaires continues sur l'algèbre de représentation. On déduit de ce qui précède des résultats de continuité automatique de morphismes de groupes topologiques.

Dans une seconde partie, on applique les résultats de la première pour obtenir des propriétés d'étalement du spectre des éléments de l'image de la représentation en dehors d'un sous-ensemble « petit » en divers sens du groupe dans le cas abélien.

La troisième partie généralise partiellement les résultats de la seconde au cas des groupes de Lie (non abéliens en précisant ainsi, dans ce cas, un théorème obtenu par J.M. Paoli et J.C. Tomasi).

Mots clefs : Groupes localement compacts, groupes polonais, groupes de Lie, Algèbres de Banach, représentations de groupes, continuité automatique, spectre d'opérateurs.

Abstract

In the first part of this work, we give some criteria of automatic continuity for representations from topological groups in Banach algebras. Two different approaches are used : the first one, based on the Glicksberg-De Leeuw decomposition, applies to locally compact groups; the second one, based using an equicontinuity result for sequences of positive definite functions applies to Polish (perhaps non locally compact) groups. Typically, the continuity of a representation is expressed through the continuity of the composition of this representation with some functionals on the representation algebra. Some results for group morphisms are deduced.

In the second part, the results of the first part are applied to obtain properties of the spectra of the elements in the range of the representation outside a “small” (in various sense) subset of the group in the abelian case.

The third section of this work partially generalizes the results of the second part to Lie groups (non abelian in general) refining a theorem obtained by J.M. Paoli and J.C. Tomasi in a previous work.

Keywords: locally compact groups, Polish groups, Lie groups, Banach algebras, group representation, automatic continuity, Spectrum of operators.